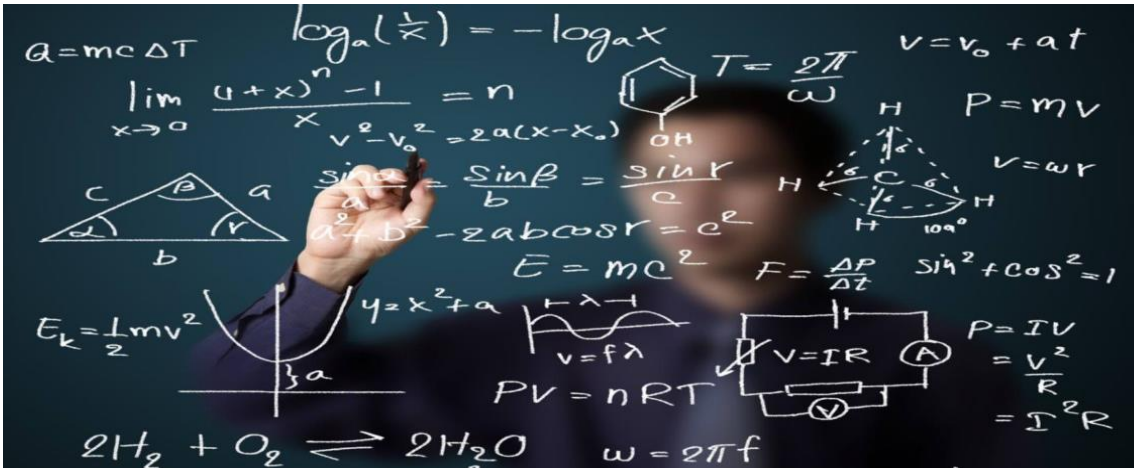
MÓDULO 2 – HERRAMIENTAS MATEMÁTICAS II



ECUACIONES

Una ecuación es una igualdad algebraica donde existe una incógnita representada por una letra cuyo valor numérico es desconocido. Para solucionar una ecuación es necesario determinar el valor (o valores) de la incógnita que da cumplimiento a la igualdad.

Cuando la incógnita aparece varias veces, es primordial colocar todas las incógnitas del mismo lado del igual y todo los valores numéricos del otro. Cada vez que un término, ya sea incógnita o número, "pasa" al otro lado del igual la operación matemática cambia por su operación opuesta.

Ejemplos:

a) $3 + x = 9$

$x = 9 - 3$

$x = 6$

b) $3 * v = 9$

$v = 9 \div 3$

$v = 3$

c) $\sqrt{h} = 9$

$h = 9^2$

$h = 81$

d) $5F + 2 = 2F - 1$

$$5F - 2F = -1 - 2$$

$$3F = -3$$

$$F = \frac{-3}{3}$$

$$F = -1$$

EJERCICIOS DE PRÁCTICA

1) Despeja la incógnita y calcula su valor.

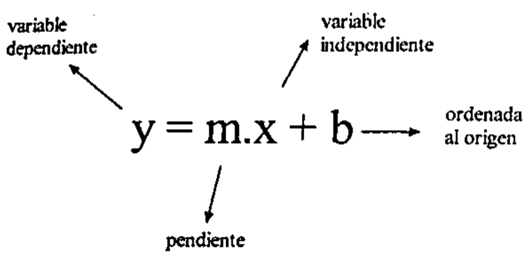
a) $3m^2 + 7 = m^2 - 1$

b) $\sqrt{16n} = 64$

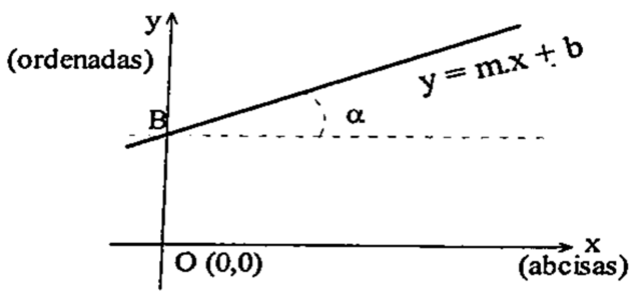
c) $\frac{2t}{5} = \frac{10}{3t}$

FUNCIÓN LINEAL

La ecuación explícita de la recta está dada por:



Donde:
y es la variable dependiente o función
x es la variable independiente o simplemente variable
m es la pendiente de la recta (es constante por definición de recta). Indica la inclinación de la recta respecto del eje horizontal x. En toda la recta se verifica que su pendiente o inclinación es constante, por lo tanto m es constante.
b es el término independiente u ordenada al origen. Punto donde la recta corta al eje de ordenadas

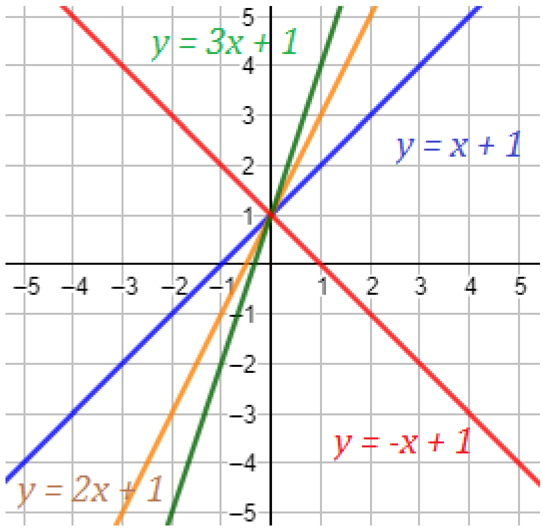


La **pendiente** es el coeficiente de la variable, es decir, m.

Geométricamente, cuanto mayor es la pendiente, más inclinada es la recta. Es decir, más rápido crece la función.

Si la pendiente es positiva, la función es creciente.

Si la pendiente es negativa, la función es decreciente.

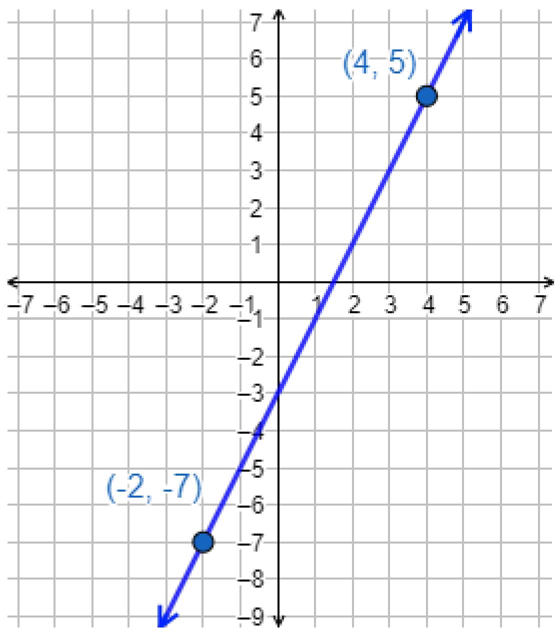


Como una función lineal es una **recta**, para representar su gráfica sólo tenemos que trazar la recta que une dos de sus puntos. Para ello, calculamos la imagen de dos puntos cualesquiera, es decir dos valores de Y para valores aleatorios de X.

Por ejemplo, la función: $f_{(x)} = 2x - 3$

X	Y=2X-3
4	5
-2	-7

Representamos la recta a partir de los puntos (4;5) y (-2;-7)



Una función lineal siempre corta al eje Y en un punto. También, corta al eje X en un punto.

El **punto de corte con el eje Y** es el punto de la recta que tiene la primera coordenada igual a 0, es decir que es el punto donde X vale 0 (cero). Este se llama ordenada al origen.

El **punto de corte con el eje X** es el punto de la recta que tiene 0 en la segunda coordenada. Se calcula igualando a 0 la función y resolviendo la ecuación obtenida. Este punto se llama raíz de la función.

Ejemplo en la función anterior:

Ordenada al origen

$$x = 0$$

$$y = 2x - 3$$

$$y = 2 * 0 - 3$$

$$y = 0 - 3$$

$$y = -3$$

La recta corta al eje Y en el punto (0; - 3)

Raíz de la función:

$$y = 2x - 3$$

$$0 = 2x - 3$$

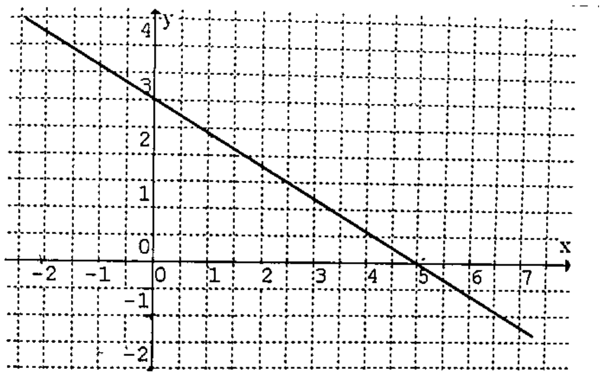
$$3 = 2x$$

$$\frac{3}{2} = x$$

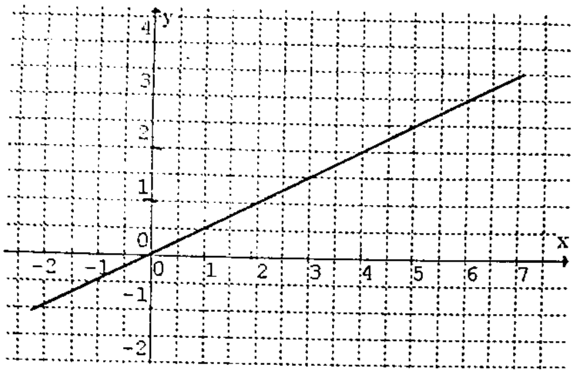
La recta corta al eje X en el punto (2/3; 0)

EJERCICIOS DE PRÁCTICA:

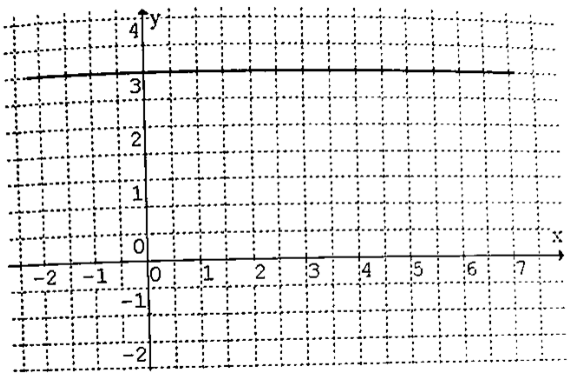
1) Escribe la ecuación que corresponda a cada función representada en la siguiente gráfica:



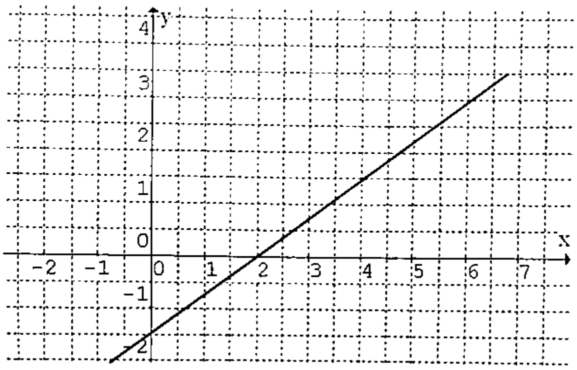
a)



b)



c)



d)

2) Grafica las ecuaciones de las siguientes rectas empleando escalas convenientes.

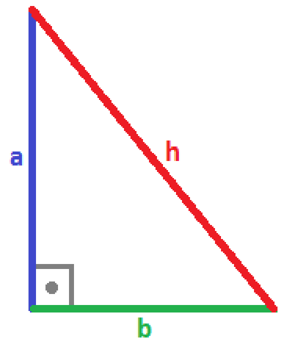
a) $y = 3.x - 2$ b) $y = -1/2.x + 5$ c) $y = 2.x - 0,5$ d) $y = -3.x + 4$

e) $y = 2.x$ f) $y = -3$ g) $y = 0,5.x$ h) $y = 1/3.x$

TEOREMA DE PITAGORAS

Teorema: dado un triángulo rectángulo de catetos *a* y *b* e hipotenusa *h* (el lado opuesto al ángulo recto). Entonces,

$$\boxed{h^2 = a^2 + b^2}$$



Despejando,

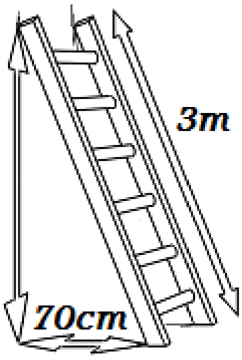
$$h = \sqrt{a^2 + b^2}$$
$$a = \sqrt{h^2 - b^2}$$
$$b = \sqrt{h^2 - a^2}$$

Recordemos que:

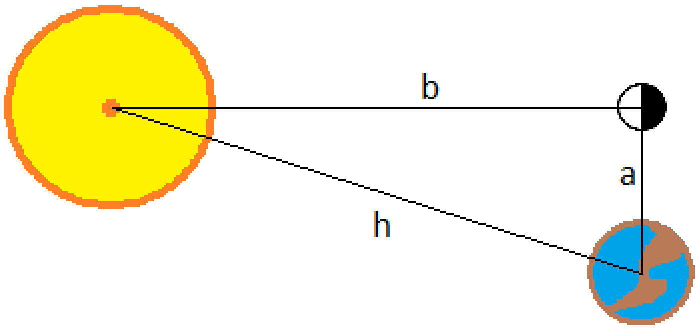
- el triángulo es **rectángulo** porque tiene un ángulo recto, es decir, un ángulo de 90 grados ó π / 2 radianes.
- la **hipotenusa** es el lado opuesto al ángulo recto
- *h* siempre es mayor que los dos catetos, es decir, *h* > *a* y *h* > *b*.

PROBLEMAS PARA PRACTICAR:

1. Calcular la hipotenusa del triángulo rectángulo de lados 3cm y 4cm. Realiza el dibujo del triángulo.
2. Si la hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 2cm y uno de sus lados mide 1cm, ¿cuánto mide el otro lado? Realiza el dibujo del triángulo.
3. Calcular la altura que podemos alcanzar con una escalera de 3 metros apoyada sobre la pared si la parte inferior la situamos a 70 centímetros de ésta.



4. Distancias Sol-Tierra-Luna. Supongamos que la luna está en la fase de su primer cuarto, lo que significa que desde la Tierra la vemos del siguiente modo



siendo la mitad clara la que vemos, es decir, la iluminada por el Sol.

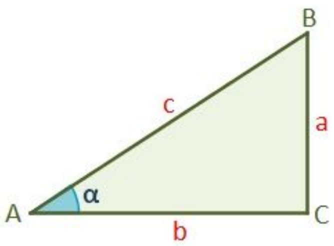
Sabemos que la distancia de la Tierra a la Luna es de 384100km y de la Tierra al Sol es de unos 150 millones de kilómetros. Calcular la distancia de la Luna al Sol en esta fase.

RAZÓNES TRIGONOMÉTRICAS

El seno de un ángulo a se define como la razón entre el cateto opuesto (a) y la hipotenusa (c).

El coseno de un ángulo a se define como la razón entre el cateto contiguo o cateto adyacente (b) y la hipotenusa (c).

La tangente de un ángulo a es la razón entre el cateto opuesto (a) y el cateto contiguo o cateto adyacente (b).



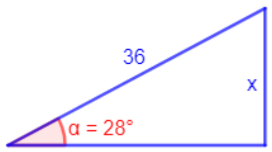
$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{cateto\ opuesto}{hipotenusa} = \frac{a}{c}$$

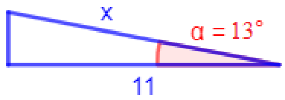
$$\cos\alpha = \frac{cateto\ contiguo}{hipotenusa} = \frac{b}{c}$$

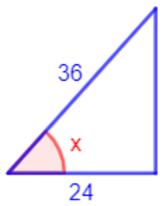
$$\tan\alpha = \frac{cateto\ opuesto}{cateto\ contiguo} = \frac{a}{b}$$

EJERCICIOS DE PRÁCTICA:

Calcular el valor de **X** de cada figura utilizando las razones trigonométricas vistas:

1) 

2) 

3) 

4)