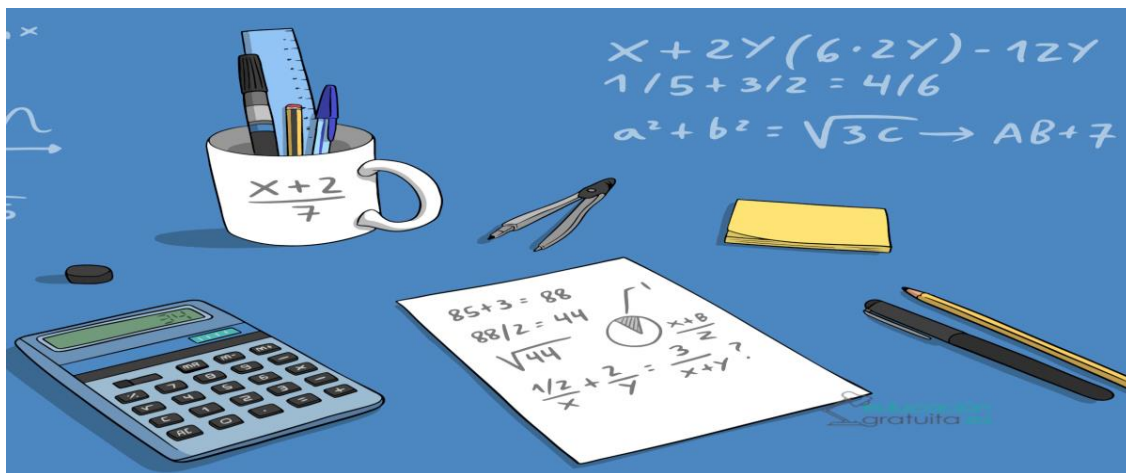
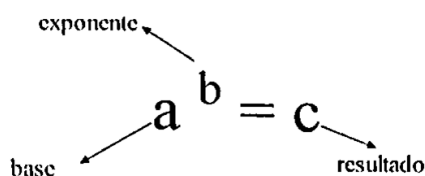


## MÓDULO 1 – HERRAMIENTAS MATEMÁTICAS I



### POTENCIACIÓN



#### PROPIEDADES DE LA POTENCIA:

*Todo número elevado a la potencia 0 es igual a 1*

$$32^0 = 1$$
$$(-17)^0 = 1$$

*Todo número elevado a la potencia 1 es igual a dicho número*

$$7^1 = 7$$
$$(-9)^1 = -9$$

*Todo número elevado a una potencia par da como resultado un número positivo*

$$3^2 = 9$$
$$(-4)^2 = 16$$

*Todo número elevado a una potencia impar conserva el signo de la base*

$$2^3 = 8$$
$$(-3)^3 = -27$$



|                                         |                                          |                                                        |
|-----------------------------------------|------------------------------------------|--------------------------------------------------------|
| Potencia de un producto                 | $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$          | $(2 \cdot 3)^3 = 2^3 \cdot 3^3$                        |
| Potencia de un cociente                 | $(a : b)^n = a^n : b^n$                  | $(8 : 4)^2 = 8^2 : 4^2$                                |
| Producto de potencias con la misma base | $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$                | $2^4 \cdot 2^3 = 2^{4+3}$                              |
| Cociente de potencias con la misma base | $a^m : a^n = a^{m-n}$                    | $2^4 : 2^3 = 2^{4-3}$                                  |
| Potencia de una potencia                | $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$                | $(3^2)^3 = 3^{2 \cdot 3}$                              |
| Potencia de exponente negativo          | $a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^{+n}$ | $3^{-2} = \left(\frac{1}{3}\right)^{+2} = \frac{1}{9}$ |
| Potencia de exponente fraccionario      | $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$        | $5^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{5^1}$                      |

## RADICACIÓN

$$\begin{array}{c} \text{índice} \swarrow \quad \searrow \text{radicando} \\ \sqrt[n]{a} = b \\ \text{resultado} \end{array}$$

Las raíces de índice par tienen solución sólo si el radicando es positivo

$$\sqrt[4]{16} = 2 \quad \sqrt[4]{-16} = \text{no tiene solución en el campo de los números reales}$$

Las raíces de índice impar siempre tienen solución en el campo de los números reales y estas conservan el signo de la base

$$\sqrt[3]{8} = 2 \quad \sqrt[5]{-32} = -2$$

Producto de radicales con el mismo índice  $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$   $\sqrt[3]{8 \cdot 27} = \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{27}$

Cociente de radicales con el mismo índice  $\sqrt[n]{a : b} = \sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b}$   $\sqrt[4]{64 : 16} = \sqrt[4]{64} : \sqrt[4]{16}$

Raíz de una raíz  $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$   $\sqrt[2]{\sqrt[3]{64}} = \sqrt[2 \cdot 3]{64}$

Potencia de un radical  $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$   $(\sqrt[2]{4})^3 = \sqrt[2]{4^3}$

Exponente fraccionario  $\sqrt[n]{a^c} = a^{\frac{c}{n}}$   $\sqrt[3]{2^5} = 2^{\frac{5}{3}}$



EJERCICIOS DE PRÁCTICA:

1.1 Escriba la solución de:

- a)  $2^2 \cdot 2^3 \cdot 2^{-5}$
- b)  $(1/2)^3 \cdot (1/2)^{-2} \cdot (1/2)^4 \cdot (1/2)^2$
- c)  $[(3^2)]^{-3}$
- d)  $[(1/3)^{-1}]^2 \cdot 1/3 \cdot (1/3)^4$
- e)  $3^{1/2}$

1.2 Escriba el resultado de la siguiente operación y expéselo en la forma de exponente fraccionario

- a)  $\sqrt[6]{(x^3 \cdot x^{-5})^{-1}} =$
- b)  $(\sqrt[4]{x \cdot x^2} \cdot \sqrt[4]{x^{-2}})^{-1} =$
- c)  $\sqrt{2} \cdot (\sqrt{a} + \sqrt{b}) =$

1.3 Resuelve los siguientes ejercicios combinados:

- a)  $(\sqrt{x} + \sqrt{y}) \cdot (\sqrt{x} - \sqrt{y}) =$
- b)  $3\sqrt{a^2b} \cdot \sqrt{ab^2} - 2a\sqrt{ab^3} =$
- c)  $\frac{1}{3} \cdot \sqrt{25a^2 \cdot (b+1)} - 5 \cdot \sqrt{a \cdot (ab+a)} =$
- d)  $\sqrt{4+4a} - \sqrt{1+a} =$
- e)  $\sqrt{x}\sqrt{xy^3} - \frac{2x}{y}\sqrt{4y^5} =$

## FRACCIONES

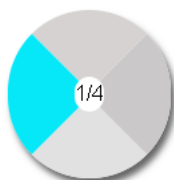
En el mundo de las matemáticas, la fracción es una expresión que marca una división, por lo tanto, se puede decir que una fracción representa un **reparto** o una **porción de una unidad**.

La fracción se compone especialmente de dos números, el número que está arriba de la línea se llama numerador y el número que está debajo de la línea se llama denominador.

$$\frac{5}{8} \quad \frac{\text{Numerador}}{\text{Denominador}}$$

Una unidad se puede representar de diferentes formas, dependiendo de las particiones o secciones en que se divida. En las siguientes figuras se representa en azul la partición considerada. En la primera figura se hacen 2 particiones y se toma una porción, se puede leer como "un medio" ( $1/2$ ). En la segunda figura se consideran 4 particiones y se toma una porción, se puede leer como "un cuarto" ( $1/4$ ). En la tercera figura se considera 4 particiones y se toman 3 porciones, se puede leer como "tres cuartos" ( $3/4$ ).





Una fracción equivalente se da cuando el resultado de las fracciones tiene el mismo valor, por lo tanto, se pueden obtener fracciones equivalentes si se divide o multiplica el numerador y denominador por el mismo número, la fracción continuará teniendo el mismo valor. De esta forma se pueden utilizar diferentes fracciones para referirnos a una cantidad, por ejemplo:  $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{30}{45}$ .

## OPERACIONES CON FRACCIONES

### SUMA O RESTA DE FRACCIONES CON IGUAL DENOMINADOR

$$\frac{2}{3} + \frac{4}{3} = \frac{2+4}{3} = \frac{6}{3} \quad \frac{5}{2} + \frac{6}{2} = \frac{5+6}{2} = \frac{11}{2} \quad \frac{5}{6} + \frac{4}{6} = \frac{5+4}{6} = \frac{9}{6} \quad \frac{8}{3} + \frac{2}{3} = \frac{8+2}{3} = \frac{10}{3}$$

$$\frac{5}{3} - \frac{4}{3} = \frac{5-4}{3} = \frac{1}{3} \quad \frac{8}{2} - \frac{6}{2} = \frac{8-6}{2} = \frac{2}{2} \quad \frac{9}{6} - \frac{2}{6} = \frac{9-2}{6} = \frac{7}{6} \quad \frac{5}{3} - \frac{2}{3} = \frac{5-2}{3} = \frac{3}{3}$$

### SUMA O RESTA DE FRACCIONES CON DISTINTO DENOMINADOR

$$\frac{3}{2} - \frac{4}{3} = \frac{9-8}{6} = \frac{1}{6} \quad \frac{5}{2} - \frac{3}{4} = \frac{10-3}{4} = \frac{7}{4} \quad \frac{7}{2} - \frac{4}{8} = \frac{28-4}{8} = \frac{24}{8}$$

$$\frac{3}{2} + \frac{4}{3} = \frac{9+8}{6} = \frac{17}{6} \quad \frac{3}{4} + \frac{5}{2} = \frac{3+10}{4} = \frac{13}{4} \quad \frac{4}{8} + \frac{7}{2} = \frac{4+28}{8} = \frac{32}{8}$$

### MULTIPLICACIÓN DE FRACCIONES:

Para obtener el valor numérico en forma de fracciones, únicamente se tiene un procedimiento ya sea para multiplicación de fracciones con diferente denominador o mismo denominador.

En la multiplicación de fracciones se multiplican los numeradores de las fracciones y aparte los denominadores.

$$\frac{2}{3} \times \frac{4}{3} = \frac{2 \times 4}{3 \times 3} = \frac{8}{9} \quad \frac{5}{2} \times \frac{6}{2} = \frac{5 \times 6}{2 \times 2} = \frac{30}{4} \quad \frac{5}{6} \times \frac{4}{3} = \frac{5 \times 4}{6 \times 3} = \frac{20}{18}$$

### DIVISIÓN DE FRACCIONES:

Consiste en multiplicar el numerador de la primera fracción por el denominador de la segunda fracción y el resultado de la multiplicación corresponde al numerador del resultado, por otra parte, para obtener el resultado del denominador se debe



multiplicar el denominador de la primera fracción por el numerador de la segunda fracción.

$$\frac{2}{3} \div \frac{4}{3} = \frac{2 \times 3}{3 \times 4} = \frac{6}{12} \quad \frac{5}{2} \div \frac{6}{2} = \frac{5 \times 2}{2 \times 6} = \frac{10}{12} \quad \frac{5}{6} \div \frac{4}{3} = \frac{5 \times 3}{6 \times 4} = \frac{15}{24}$$

#### POTENCIA DE FRACCIONES:

La potencia de una fracción es igual a elevar el numerador y el denominador al mismo número.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} = \frac{a^2}{b^2}$$

$$\text{Ej: } \left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{2^3}{5^3} = \frac{8}{125}$$

#### RAÍZ DE POTENCIA

La radicación es distributiva con respecto de la división y como la fracción representa una división, la raíz de una fracción puede distribuirse al numerador y al denominador. La raíz de una fracción es igual a la raíz del numerador sobre la raíz del denominador.

$$\sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{25}} = \frac{3}{5}$$

#### EJERCICIOS DE PRÁCTICA:

1)  $\frac{8}{3} + \frac{7}{9}$

2)  $\frac{3}{4} - \frac{5}{2}$

3)  $\frac{2}{7} + \frac{3}{9} + \frac{6}{12}$

4)  $\frac{4}{3} - \frac{7}{2} + \frac{3}{5}$

5)  $\frac{8}{3} \times \frac{3}{2}$

6)  $\frac{1}{2} \times \left(-\frac{7}{4}\right)$

7)  $\frac{9}{4} \div \frac{3}{2}$

8)  $\left(-\frac{2}{7}\right) \div \frac{6}{5}$

9)  $\sqrt{\frac{16}{100}}$



10)  $\sqrt[3]{\frac{8}{125}}$

11)  $\left(\frac{3}{2}\right)^4$

12)  $\left(\frac{9}{4}\right)^2$

EJERCICIOS COMBINADOS:

1)  $\left(\frac{5}{3} + \frac{6}{2}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right)^3 - \left(\frac{6}{7} - \frac{2}{7}\right) \div \sqrt[3]{\left(-\frac{1728}{343}\right)}$

2)  $\left(\frac{2}{3}\right)^3 \div \left(\frac{1}{3} + \frac{13}{9}\right) - \left(\frac{5}{8} - \frac{3}{5}\right) \times \sqrt[3]{\left(-\frac{8}{125}\right)}$

3)  $\left(\frac{15}{4} - \frac{3}{8}\right) \times \left(\frac{4}{9}\right)^2 - \left(\frac{6}{7} - \frac{2}{7}\right) \div \sqrt[2]{\left(\frac{64}{27}\right)}$

