ESCUELA 4-107 “EJERCITO ARGENTINO” **Alumno/a:**

FISICA 3° 1°- 3° 2° **Fecha:**

GUIA N° 11

La caída de los cuerpos.

Caída libre en el vacío.

Cuestionario:

P1- ¿Qué observamos al estudiar el fenómeno de la caída libre, desde la óptica de la cinemática?

P2- ¿Qué estableció Newton con el tubo de vacío?

P3- ¿Qué sucede en la caída libre, desde la óptica de la dinámica?

P4- ¿Qué es la fuerza de gravedad y que es la aceleración de la gravedad? ¿Cómo varían ambas?

P5- ¿Qué establecen Las leyes de la caída libre en el vacío? Fórmulas para calcular la velocidad y el espacio en la caída libre.

P6- ¿Cómo es la caída en el aire? Ejemplo.

Tiro vertical hacia arriba

P7- Tomando algunos ejemplos, ¿Cómo describimos el tiro vertical hacia arriba? Características y definición.

P8-¿Qué variación podemos observar en las formulas del cálculo de velocidad y espacio, pero para el tiro vertical?

P9- ¿Cómo influye la velocidad inicial y final en el tiro vertical? Calculo y ejemplo.

P10-Conociendo la velocidad inicial con la que parte el cuerpo, en el tiro vertical, podemos calcular el tiempo que tarda, ese cuerpo, en alcanzar la Altura máxima

P11-Según sea la altura máxima, ¿Se podrá calcular la velocidad inicial?

EJERCICIOS.

E1- Un cuerpo cae desde una torre y tarda en llegar al suelo 4 seg. ¿Cuál es la altura de la torre?

E2-Un cuerpo lanzado verticalmente hacia arriba alcanza una altura de 78,4 m. ¿Cuál ha sido su velocidad inicial?

E3- ¿Qué tiempo tardara en tocar tierra un cuerpo que cae libremente desde un avión que vuela a 1960 m de altura??

E4- ¿Con que velocidad llega a tierra el cuerpo del ejercicio 3?

E5- Se lanza un cuerpo verticalmente hacia arriba. Si alcanza una altura máxima de 2483 m. ¿Cuál es la velocidad inicial y cuál es el tiempo empleado en alcanzar esa altura?

E6-Desde un avión se dispara un proyectil verticalmente hacia abajo, con una velocidad inicial de 50 m/seg. Si tarda en llegar a tierra 12 seg. ¿Con que velocidad llega y desde que altura?

E7- Se lanza un cuerpo verticalmente hacia arriba con una

velocidad inicial de 200 m/seg. Se desea saber:

a)- ¿Qué velocidad posee a los 4 seg?

b)- ¿Cuánto tiempo tarda en alcanzar la altura máxima?

c)- ¿Cuál es la altura máxima alcanzada?

LA CAIDA DE LOS CUERPOS

CAIDA LIBRE EN EL VACIO

Estudio cinemático de la caída libre

La observación diaria nos indica que todo cuerpo librado a la acción de su peso (fig. 13-1) cae debido a que actúa sobre él la fuerza de atracción de la gravedad.

Este fenómeno —el de la caída de los cuerpos— atrajo desde la antigüedad la atención de los científicos. En principio se creía que cuanto más pesado era el cuerpo, mayor era la velocidad con que llegaba a tierra.

Galileo, absorbido por este fenómeno realizó la hoy histórica experiencia desde la torre de Pisa: *dejaba caer tres cuerpos* de distintos pesos pero de igual forma y tamaño, es decir que ofrecían igual rozamiento a la acción del aire y comprobó que *los tres llegaban simultáneamente al suelo* (fig. 13-2).

Evidentemente surgieron algunas dudas: por ejemplo, si dejamos caer un papel y una piedra, no llegan simultáneamente. Galileo aclaraba: la diferencia en este caso se produce por el rozamiento del aire.

Las numerosas pruebas realizadas por Galileo le permitieron emitir el siguiente enunciado que se conoce como "*ley de la caída libre en el vacío*".

Todos los cuerpos que caen desde la misma altura adquieren en el vacío (prescindiendo del aire) la misma velocidad.

Galileo Galilei

Astrónomo y físico italiano, nacido en Pisa (1564-1642).

Cuéntase que, hallándose rezando en la Catedral de Pisa reparó en el movimiento oscilatorio de una lámpara. Esta observación le sirvió de base para enunciar las leyes del péndulo y su aplicación a la medición del tiempo. Sus estudios sobre las leyes del movimiento (leyes de Galileo), máquinas simples y la construcción del termoscopio (base del termómetro) datan de esta época.

En 1609 idea un telescopio con el cual descubrió montañas en la Luna y apreció cómo la Vía Láctea estaba constituida por más de quinientas nuevas estrellas. En 1611 enuncia su opinión de que los planetas carecen de luz propia y se afianza en la teoría heliocéntrica de Copérnico.

En 1612 expuso consideraciones sobre los cuerpos flotantes, base de la hidrostática.

Fig. 13-1. *Caída de los cuerpos. Todos los cuerpos tienden a caer por acción de la fuerza de la gravedad.*

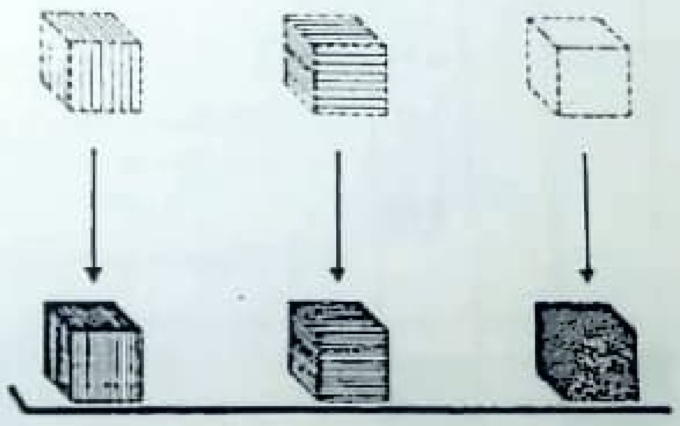

Fig. 13-2. *Caída de los cuerpos. Prescindiendo del rozamiento del aire los cuerpos llegan simultáneamente.*

Galileo merece honor especial por haber sido el iniciador del método experimental en la Física y en la mecánica, una de las conquistas más importantes de la historia del pensamiento humano, que marca el principio real de la Física.

Inventada la bomba de vacío, Newton (1642-1727) realizó el siguiente experimento. Dentro de un tubo de vidrio (fig. 13-3), de un metro de largo aproximadamente, colocó una pluma de ave y un trocito metálico. Extrajo el aire por medio de una máquina de vacío. Invirtió el tubo y comprobó que ambos cuerpos (pluma y metal) llegaban simultáneamente al otro extremo del tubo. De este modo ratificaba en forma más técnica lo ya realizado por Galileo.

Este tubo se llama hoy, de *Newton*, y existen artefactos análogos en casi todas las escuelas y colegios.

Las experiencias de las figuras 13-4 y 13-5, realizables por cualquier alumno, permiten verificar todo lo expuesto.

Pasemos ahora a estudiar cómo se verifica la caída libre en el vacío.

El mismo Galileo se dedicó a establecer la característica del movimiento de caída.

Para ello disponía de un plano inclinado muy bien pulido cuya inclinación variaba a voluntad.

Fig. 13-3. *Tubo de Newton.*

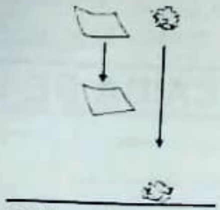

Fig. 13-4. *El rozamiento modifica la caída.*

Luego trabajaba así:

Dejaba caer por el plano inclinado una esfera metálica (también muy bien pulida) desde distintas alturas (ver figura 13-6) y verificaba que "las distancias recorridas eran proporcionales a los cuadrados de los tiempos" o sea:

Si

en 1 seg	recorre	1 cm
en 2 seg	recorre	4 cm
en 3 seg	recorre	9 cm
en 4 seg	recorre	16 cm

que es la ley de los espacios en el movimiento uniformemente variado. La repetición de este tipo de experiencia con planos de distintas inclinaciones lleva siempre a la misma conclusión, por lo tanto diremos:

Todos los cuerpos caen en el vacío con movimiento uniformemente variado (acelerado).

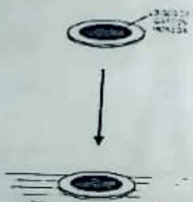

Fig. 13-5. *Caída de cuerpos. El cartón y la moneda llegan simultáneamente.*

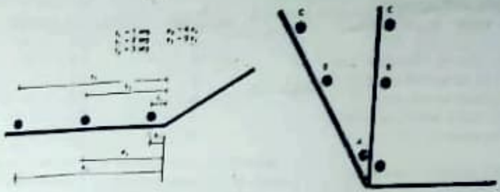

Fig. 13-6. *Plano de Galileo. En la caída la esfera cumple la tercera ley del movimiento uniformemente acelerado, aun modificando el ángulo.*

Estudio dinámico de la caída libre en el vacío

Acabamos de ver que la caída de los cuerpos es un movimiento uniformemente acelerado.

Si todos los cuerpos al caer en un mismo lugar desde la misma altura, adquieren la misma velocidad y llegan simultáneamente al suelo, resulta que están todos dotados de la misma aceleración.

Por ello podemos decir:

Prescindiendo del rozamiento del aire (vacío), en un mismo lugar, todos los cuerpos caen con la misma aceleración.

¿Quién provoca esa aceleración? Según el principio de masa, una fuerza constante que actúa sobre el cuerpo que llamaremos *fuerza de la gravedad.*

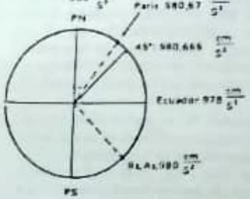

Fig. 13-7. *La aceleración de la gravedad varía con la latitud del lugar.*

La fuerza de la gravedad genera una aceleración llamada aceleración de la gravedad y que se simboliza con la letra g.

Aceleración de la gravedad (g): *es la aceleración provocada por la fuerza de la gravedad.*

Fuerza de la gravedad: *es la fuerza de atracción que ejerce la Tierra sobre todos los cuerpos.*

Podemos decir también:

La aceleración de la gravedad es la aceleración común en la caída de los cuerpos para cada lugar de la Tierra.

No se confunda "*aceleración de la gravedad*" (g), que es la que adquiere el cuerpo al caer, con "*fuerza de gravedad*" que es la fuerza constante que actúa sobre el cuerpo y provoca aquella aceleración.

Como la fuerza de atracción de la gravedad es variable según la latitud del lugar resulta:

La aceleración de la gravedad varía con la latitud.

Se ha determinado que la aceleración de la gravedad alcanza su valor mínimo sobre el ecuador y va aumentando hacia los polos, donde el valor es máximo (fig. 13-7).

De acuerdo con esto:

en Buenos Aires	$g = 980$	cm/seg^2
en París	$g = 980{,}6$	cm/seg^2
en los polos	$g = 983$	cm/seg^2
en el ecuador	$g = 978$	cm/seg^2

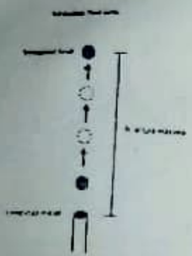

Fig. 13-9. *Altura maxima. Velocidad final cero*

Como

$$v_f = v_i - g\ t$$

y

$$v_f = 0$$

es

$$v_i - g\ t = 0$$

luego

$$v_i = g\ t$$

Esta expresion nos permite calcular la velocidad inicial que posee el movil conociendo el tiempo empleado para alcanzar la altura máxima.

Por ejemplo un proyectil lanzado verticalmente hacia arriba alcanza su altura máxima a los 5 segundos. ¿Qué velocidad inicial poseia? (consideramos nulos los rozamientos)

$$v_i = g\ t$$

o sea $v_i = 9{,}8\ \dfrac{m}{seg^2}\ 5\ seg = 49\ \dfrac{m}{seg}$

También permite conocer qué velocidad inicial debe dársele al móvil si queremos que a los 2 segundos llegue a su altura máxima.

Tiempo en alcanzar la altura máxima **(o duración del movimiento).**

Si

$$v_i = g\ t$$

es

$$t = \frac{v_i}{g}$$

Esta expresión nos permite calcular la duración del movimiento, es decir, el tiempo que tarda el proyectil en alcanzar su altura máxima, conociendo la velocidad inicial del movil, o sea.

El tiempo en que el movil alcanza su altura máxima es igual al cociente entre la velocidad inicial y la aceleración de la gravedad del lugar.

Cálculo de la altura máxima alcanzada por el proyectil

La altura máxima es el espacio recorrido por el proyectil desde el lugar del lanzamiento hasta el momento en que no asciende mas, es decir, hasta el instante en que su velocidad es nula ($v_f = 0$)

Se parte de la fórmula de espacio y se deduce que la expresión matemática que permite calcular la altura máxima es:

$$h\ \text{máxima} = \frac{v_i^2}{2g}$$

La altura máxima es igual al cuadrado de la velocidad inicial dividido por el doble de la aceleración de la gravedad.

Valor de la velocidad inicial en función de la altura máxima

De la expresión de la altura máxima

$$h = \frac{v_i^2}{2g}$$

se deduce que:

$$v_i = \sqrt{2\ g\ h}$$

expresión que permite calcular la velocidad inicial que debe dársele a un proyectil para que alcance una altura deseada. Es de gran importancia en balistica.

Gráficas correspondientes a la caída libre y el tiro vertical, en el vacío

1ª Velocidad de caída en función del tiempo (fig. 13-10)

Como

$$v = g\ t$$

para

$$g = 9{,}8\ m/seg^2$$

resulta:

para 1 seg es:

$v_1 = 9{,}8\ m/seg^2\ \ 1\ seg = 9{,}8\ m/seg$ (punto A)

para 2 seg es:

$v_2 = 9{,}8\ m/seg^2\ \ 2\ seg = 19{,}6\ m/seg$ (punto B)

para 3 seg es:

$v_3 = 9{,}8\ m/seg^2\ \ 3\ seg = 29{,}4\ m/seg$ (punto C)

para 4 seg es:

$v_4 = 9{,}8\ m/seg^2\ \ 4\ seg = 39{,}2\ m/seg$ (punto D)

Sobre el eje $\overline{OX}$, representativo del tiempo marcamos los tiempos 1 seg, 2 seg, 3 seg y 4 seg.

Sobre el eje $\overline{OY}$ representativo de la velocidad determinamos

$v_1 = 9{,}8\ m/seg$; $v_2 = 19{,}6\ m/seg$; $v_3 = 29{,}4\ m/seg$ y $v_4 = 39{,}2\ m/seg$

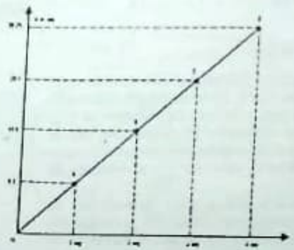

Fig. 13-10. *Caída de los cuerpos. Gráfica de la velocidad en función del tiempo.*

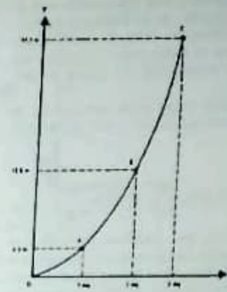

Fig. 13-11. *El espacio en la caída. Representación gráfica del espacio en función del tiempo*

Por cada una de esas determinaciones trazamos las correspondientes perpendiculares y obtenemos los puntos A, B, C y D que al ser unidos dan la recta representativa de este movimiento.

2ª Representación del espacio en la caída en función del tiempo (fig. 13-11)

Sabemos que

$$e = \tfrac{1}{2}\ g\ t^2$$

como

$$g = 9{,}8\ m/seg^2$$

resulta

para 1 seg:

$e_1 = \tfrac{1}{2}\ 9{,}8\ m/seg^2\ (1\ seg)^2 = 4{,}9\ m$

para 2 seg:

$e_2 = \tfrac{1}{2}\ 9{,}8\ m/seg^2\ (2\ seg)^2 = 19{,}6\ m$

para 3 seg:

$e_3 = \tfrac{1}{2}\ 9{,}8\ m/seg^2\ (3\ seg)^2 = 44{,}1\ m$

para 4 seg:

$e_4 = \tfrac{1}{2}\ 9{,}8\ m/seg^2\ (4\ seg)^2 = 78{,}4\ m$

Representamos sobre el eje $\overline{OX}$ los tiempos y sobre el eje $\overline{OY}$, los espacios recorridos. Las perpendiculares trazadas por cada uno de esos puntos nos dan los puntos A, B, C y D. Unimos los puntos obtenidos y resulta la gráfica de la figura 13-11.

Esta variación de g está relacionada con el hecho ya conocido de que la Tierra no es perfectamente esférica, es pues el radio ecuatorial mayor que el radio polar. (Además, su masa no está distribuida de forma homogénea.)

Se ha tomado como valor normal de la gravedad el correspondiente a 45° de latitud, o sea

a 45°,

$$g = 980{,}665 \ \frac{cm}{seg^2} \cong 981 \ \frac{cm}{seg^2}$$

Puede ocurrir que depósitos minerales, o de ciertas sustancias, provoquen variaciones locales de la aceleración de la gravedad, respecto de puntos de igual latitud (de igual valor para g supuestamente). Inversamente, por esta circunstancia puede ocurrir que se lleguen a descubrir yacimientos o depósitos minerales debajo de la superficie terrestre. Ejemplo de ello es el método gravimétrico de cateo de napas petrolíferas.

Hemos dado valores de g para distintas latitudes, pero sobre el nivel del mar. Ya veremos que, a medida que ascendemos, la fuerza de la gravedad es menor. Por consiguiente *la aceleración de la gravedad disminuye con la altura, o sea: la aceleración de la gravedad aumenta al aproximarse el cuerpo al nivel del mar.*

Dentro de los cálculos y problemas que realizamos, este fenómeno es despreciable, pero ha de tenerse muy en cuenta para el cálculo de vuelos interplanetarios, lanzamiento de cohetes y satélites artificiales.

En síntesis

a) La caída de los cuerpos en el vacío (prescindiendo del rozamiento del aire) se llama caída libre.

b) En la caída libre todos los cuerpos caen en movimiento uniformemente acelerado.

c) En la caída libre todos los cuerpos adquieren la misma aceleración (para cada lugar de la Tierra).

d) Aceleración de la gravedad es la aceleración que adquieren los cuerpos en la caída libre. Su valor depende de la distancia al centro de la Tierra, y debido a que ésta no es perfectamente esférica, el valor de la fuerza de atracción varía con la latitud y la constitución local del terreno.

Leyes de la caída libre en el vacío

1ª Ley: *en el vacío todos los cuerpos caen con la misma aceleración.*

Por ser la caída un movimiento uniformemente acelerado, resulta:

2ª Ley: *las velocidades son proporcionales a los tiempos.*

3ª Ley: *los espacios (alturas) recorridos son proporcionales a los cuadrados de los tiempos.*

A doble, triple, etc., tiempo transcurrido, se obtiene 4, 9, etc., veces mayor espacio recorrido.

Fórmulas de la velocidad y el espacio en la caída libre

Como la caída libre es un movimiento uniformemente acelerado en el cual la aceleración es g (aceleración de la gravedad), resultan las siguientes expresiones:

$$v_f = v_i + g \ t$$

(de $v_f = v_i + a \ t$)

Para el espacio:

$$e = v_i \ t + \tfrac{1}{2} g \ t^2$$

(de $e = v_i \ t + \tfrac{1}{2} a \ t^2$)

Caída en el aire

Supongamos un cuerpo que se deja caer desde cierta altura. Si no existieran rozamientos con el aire, adquiere un movimiento uniformemente acelerado. El rozamiento con el aire, en cambio, origina resistencias naturales que modifican la velocidad y la aceleración de esa caída.

De acuerdo con una ley llamada ley de Newton, se ha comprobado que la resistencia que se produce por rozamiento o fuerza resistente es directamente proporcional al cuadrado de la velocidad, es decir

para velocidad 1, resistencia 1
para velocidad 2, resistencia 4 veces mayor
para velocidad 3, resistencia 9 veces mayor

Superados ciertos valores de la velocidad, se producen turbulencias que modifican sensiblemente las resistencias en valores superiores a los calculados matemáticamente. Para disminuir esos efectos se adoptan las formas aerodinámicas conocidas en aviones, proyectiles, cohetes, etc. (fig. 13-8).

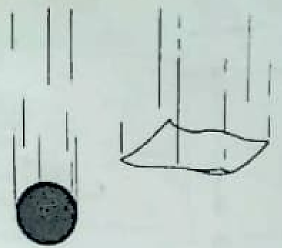

Fig. 13-8. *Caída de los cuerpos. Las formas aerodinámicas favorecen los desplazamientos en el aire.*

El paracaídas

Es verdadero ejemplo de caída en el aire (ver capítulo 21).

TIRO VERTICAL HACIA ARRIBA

Es el caso de cuerpos lanzados verticalmente hacia arriba.

Cuando:

a) observamos el ascenso de una cañita voladora;

b) "revoleamos" una moneda;

c) el obrero envía ladrillos desde el suelo a un andamio, estamos en presencia de cuerpos lanzados hacia arriba.

Si la trayectoria de ese cuerpo es una recta vertical respecto del suelo, decimos que el cuerpo ha sido lanzado verticalmente hacia arriba.

En definitiva, cuando el proyectil o el cuerpo lanzado hacia arriba describe una trayectoria que forma con la horizontal del lugar un ángulo recto, decimos que el cuerpo es lanzado *verticalmente* hacia arriba. Esto se conoce también como *tiro vertical*.

Al lanzar el cuerpo hacia arriba, la fuerza de la gravedad actúa sobre él procurando su retorno a la tierra. Es decir, la fuerza gravitatoria está actuando negativamente, tratando de impedir ese alejamiento.

En consecuencia, si la fuerza de gravedad actúa negativamente, también la aceleración de la gravedad es negativa, por lo cual diremos:

Todo cuerpo lanzado verticalmente hacia arriba está dotado de movimiento uniformemente retardado.

Fórmulas del tiro vertical

Como el movimiento es uniformemente retardado, las fórmulas correspondientes a la velocidad y al espacio son las de ese tipo de movimiento, pero considerando como aceleración la aceleración de la gravedad.

Luego

$$v_f = v_i - g \ t$$

y

$$e = v_i \ t - \tfrac{1}{2} g \ t^2$$

En síntesis

La caída y el tiro hacia arriba de cuerpos en el vacío se concreta en las siguientes fórmulas:

$$v_f = v_i \pm g \ t$$

$$e = v_i \ t \pm \tfrac{1}{2} g \ t^2$$

(+) en la caída;
(−) en el ascenso.

Velocidad inicial y final

Como el movimiento es uniformemente retardado es fácil concebir que la velocidad final del proyectil se logrará cuando no ascienda más, es decir, en el momento en que su velocidad sea cero, instante en que habrá alcanzado su altura máxima (fig. 13-9).

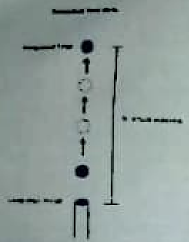

Fig. 13-9. *Altura máxima. Velocidad final cero*

Como

$$v_f = v_i - g\ t$$

y

$$v_f = 0$$

es

$$v_i - g\ t = 0$$

luego

$$v_i = g\ t$$

Esta expresión nos permite calcular la velocidad inicial que posee el móvil conociendo el tiempo empleado para alcanzar la altura máxima.

Por ejemplo: un proyectil lanzado verticalmente hacia arriba alcanza su altura máxima a los 5 segundos. ¿Qué velocidad inicial poseía? (consideramos nulos los rozamientos)

$$v_i = g\ t$$

o sea: $v_i = 9{,}8\ \frac{m}{seg^2}\ 5\ seg = 49\ \frac{m}{seg}$

También permite conocer qué velocidad inicial debe dársele al móvil si queremos que a los 2 segundos llegue a su altura máxima.

Tiempo en alcanzar la altura máxima (o duración del movimiento)

Si

$$v_i = g\ t$$

es

$$t = \frac{v_i}{g}$$

Esta expresión nos permite calcular la duración del movimiento, es decir, el tiempo que tarda el proyectil en alcanzar su altura máxima, conociendo la velocidad inicial del móvil, o sea:

El tiempo en que el móvil alcanza su altura máxima es igual al cociente entre la velocidad inicial y la aceleración de la gravedad del lugar.

Cálculo de la altura máxima alcanzada por el proyectil

La altura máxima es el espacio recorrido por el proyectil desde el lugar del lanzamiento hasta el momento en que no asciende más, es decir, hasta el instante en que su velocidad es nula ($v_f = 0$).

Se parte de la fórmula de espacio y se deduce que la expresión matemática que permite calcular la altura máxima es:

$$h\ \text{máxima} = \frac{v_i^2}{2g}$$

La altura máxima es igual al cuadrado de la velocidad inicial dividido por el doble de la aceleración de la gravedad.

Valor de la velocidad inicial en función de la altura máxima

De la expresión de la altura máxima

$$h = \frac{v_i^2}{2g}$$

se deduce que:

$$v_i = \sqrt{2\ g\ h}$$

expresión que permite calcular la velocidad inicial que debe dársele a un proyectil para que alcance una altura deseada. Es de gran importancia en balística.

Gráficas correspondientes a la caída libre y el tiro vertical, en el vacío

1º Velocidad de caída en función del tiempo (fig. 13-10)

Como

$$v = g\ t$$

para

$$g = 9{,}8\ m/seg^2$$

resulta:

para 1 seg es:

$$v_1 = 9{,}8\ m/seg^2\ 1\ seg = 9{,}8\ m/seg$$
(punto A)

para 2 seg es:

$$v_2 = 9{,}8\ m/seg^2\ 2\ seg = 19{,}6\ m/seg$$
(punto B)

para 3 seg es:

$$v_3 = 9{,}8\ m/seg^2\ 3\ seg = 29{,}4\ m/seg$$
(punto C)

para 4 seg es:

$$v_4 = 9{,}8\ m/seg^2\ 4\ seg = 39{,}2\ m/seg$$
(punto D)

Sobre el eje $\overline{OX}$, representativo del tiempo marcamos los tiempos 1 seg, 2 seg, 3 seg y 4 seg.

Sobre el eje $\overline{OY}$ representativo de la velocidad, determinamos

$v_1 = 9{,}8\ m/seg$; $v_2 = 19{,}6\ m/seg$; $v_3 = 29{,}4\ m/seg$ y $v_4 = 39{,}2\ m/seg$

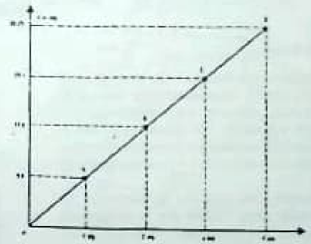

Fig. 13-10. *Caída de los cuerpos. Gráfica de la velocidad en función del tiempo*

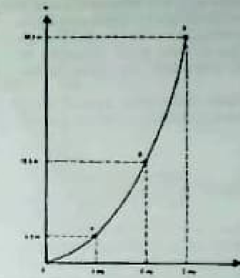

Fig. 13-11. *El espacio en la caída. Representación gráfica del espacio en función del tiempo*

Por cada una de esas determinaciones trazamos las correspondientes perpendiculares y obtenemos los puntos A, B, C y D que al ser unidos dan la recta representativa de este movimiento.

2º Representación del espacio en la caída en función del tiempo (fig. 13-11)

Sabemos que

$$e = \tfrac{1}{2}\ g\ t^2$$

como

$$g = 9{,}8\ m/seg^2$$

resulta

para 1 seg:

$$e_1 = \tfrac{1}{2}\ 9{,}8\ m/seg^2\ (1\ seg)^2 = 4{,}9\ m$$

para 2 seg:

$$e_2 = \tfrac{1}{2}\ 9{,}8\ m/seg^2\ (2\ seg)^2 = 19{,}6\ m$$

para 3 seg

$$e_3 = \tfrac{1}{2}\ 9{,}8\ m/seg^2\ (3\ seg)^2 = 44{,}1\ m$$

para 4 seg:

$$e_4 = \tfrac{1}{2}\ 9{,}8\ m/seg^2\ (4\ seg)^2 = 78{,}4\ m$$

Representamos sobre el eje $\overline{OX}$ los tiempos y sobre el eje $\overline{OY}$, los espacios recorridos. Las perpendiculares trazadas por cada uno de esos puntos nos dan los puntos A, B, C y D. Unimos los puntos obtenidos y resulta la gráfica de la figura 13-11.

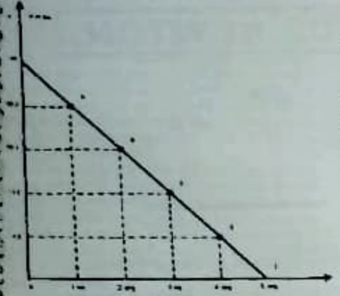

Fig. 13-12. *Tiro vertical hacia arriba. Representación de la velocidad en función del tiempo.*

3ª Representación de la velocidad en función del tiempo en el tiro vertical (fig. 13-12).

En este caso

$$v_f = v_o - g\,t$$

Si la velocidad inicial es

$$v_o = 49 \text{ m/seg}$$

como

$$g = 9{,}8 \text{ m/seg}^2$$

resulta:

para 1 seg:

$$v_1 = 49 \text{ m/seg} - 9{,}8 \text{ m/seg}^2\ 1 \text{ seg} = 39{,}2 \text{m/seg} \qquad (A)$$

para 2 seg:

$$v_2 = 49 \text{ m/seg} - 9{,}8 \text{ m/seg}^2\ 2 \text{ seg} = 29{,}4 \text{m/seg} \qquad (B)$$

para 3 seg:

$$v_3 = 49 \text{ m/seg} - 9{,}8 \text{ m/seg}^2\ 3 \text{ seg} = 19{,}6 \text{m/seg} \qquad (C)$$

para 4 seg:

$$v_4 = 49 \text{ m/seg} - 9{,}8 \text{ m/seg}^2\ 4 \text{ seg} = 9{,}8 \text{m/seg} \qquad (D)$$

para 5 seg:

$$v_5 = 49 \text{ m/seg} - 9{,}8 \text{ m/seg}^2\ 5 \text{ seg} = 0 \qquad (E)$$

El cuerpo alcanzó su altura máxima. Su velocidad final es cero. Sobre el eje $\overline{OX}$ representamos los tiempos y sobre el eje $\overline{OY}$, las velocidades. Trazamos las perpendiculares y obtenemos los puntos A, B, C, D y E. Observa que el punto E pertenece al eje $\overline{OX}$, lo que pone en evidencia que la velocidad en ese instante es *nula*.

4ª Representación del espacio en el tiro vertical en el vacío (fig. 13-13).

Para este caso aplicamos la expresión

$$e = v_i\,t - \tfrac{1}{2}\,g\,t^2$$

consideremos una velocidad inicial

$$v_i = 39{,}2 \text{ m/seg}$$

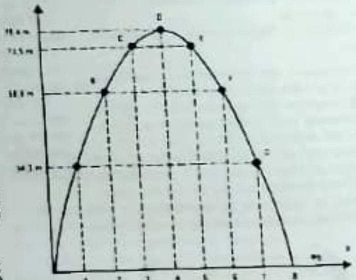

Fig. 13-13. *Tiro en el vacío. Representación gráfica del espacio en el tiro hacia arriba, en el vacío.*

luego, para 1 seg

$$e_1 = 39{,}2\ \frac{\text{m}}{\text{seg}}\ 1 \text{ seg} - \frac{1}{2}\ 9{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{seg}^2}\ (1 \text{ seg})^2 = 34{,}3 \text{ m} \qquad (A)$$

$$e_2 = 39{,}2\ \frac{\text{m}}{\text{seg}}\ 2 \text{ seg} - \frac{1}{2}\ 9{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{seg}^2}\ (2 \text{ seg})^2 = 58{,}8 \text{ m} \qquad (B)$$

$$e_3 = 39{,}2\ \frac{\text{m}}{\text{seg}}\ 3 \text{ seg} - \frac{1}{2}\ 9{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{seg}^2}\ (3 \text{ seg})^2 = 73{,}5 \text{ m} \qquad (C)$$

$$e_4 = 39{,}2\ \frac{\text{m}}{\text{seg}}\ 4 \text{ seg} - \frac{1}{2}\ 9{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{seg}^2}\ (4 \text{ seg})^2 = 78{,}4 \text{ m} \qquad (D)$$

$$e_5 = 39{,}2\ \frac{\text{m}}{\text{seg}}\ 5 \text{ seg} - \frac{1}{2}\ 9{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{seg}^2}\ (5 \text{ seg})^2 = 73{,}5 \text{ m} \qquad (E)$$

$$e_6 = 39{,}2\ \frac{\text{m}}{\text{seg}}\ 6 \text{ seg} - \frac{1}{2}\ 9{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{seg}^2}\ (6 \text{ seg})^2 = 58{,}8 \text{ m} \qquad (F)$$

$$e_7 = 39{,}2\ \frac{\text{m}}{\text{seg}}\ 7 \text{ seg} - \frac{1}{2}\ 9{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{seg}^2}\ (7 \text{ seg})^2 = 34{,}3 \text{ m} \qquad (G)$$

$$e_8 = 39{,}2\ \frac{\text{m}}{\text{seg}}\ 8 \text{ seg} - \frac{1}{2}\ 9{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{seg}^2}\ (8 \text{ seg})^2 = 0 \text{ m} \qquad (H)$$

el punto D indica la altura máxima; el punto H indica en cambio que el cuerpo llega al lugar de partida. (Nota que el tiempo en llegar a la altura máxima es el mismo que en caer.)